Современные МЕТОДЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ И АЭРОДИНАМИКИ

д.ф.-м.н., проф. И.С. Меньшов

Специальный курс по выбору кафедры вычислительной механики

В рамках курса рассматриваются современные численные методы решения задач динамики сжимаемой жидкости, вводятся базовые понятия дискретных моделей, обсуждаются результаты, иллюстрирующие современное состояние вычислительной гидро- газодинамики.

Предмет и задачи дисциплины. Краткий исторический обзор развития метода математического моделирования в газовой динамике, основ численных методов, конечно-разностных схем, программных комплексов. Основные современные проблемы математического моделирования в механике сплошной среды; перспективы развития.

Элементы векторной алгебры, дифференциальные операторы, теоремы Гауса и Стокса.

Понятие закона сохранения, уравнения Эйлера и Навье-Стокса, модельные уравнения и их решения. Математические свойства уравнений Эйлера. Функция потока уравнений Эйлера, однородность функции потока, якобиан функции потока и его свойства.

Собственные значения и собственные векторы якобиана, его диагонализация, уравнения в характеристиках.

Слабые и сильные разрывы и их свойства.

Метод конечного объема. Невязкий численный поток и его свойства. Дискретизация вязких потоков. Векторная форма дискретных уравнений.

Обобщенная криволинейная система координат. Запись уравнений в общем виде для произвольной криволинейной системы координат.

Метод конечных элементов. Структурированная и неструктурированная сетка. Слабая форма определяющих уравнений газовой динамики. Базисные функции. Квадратура Гаусса. Метод Галеркина с разрывными базисными функциями.

Явные двухшаговые методы Рунге-Кутта. Многошаговые явные и неявные схемы.

Некоторые методы решения больших систем линейных уравнений. Итерационные методы.

Методы Арнольда-Крылова решения СЛАУ.

Понятия аппроксимации, устойчивости и сходимости разностных схем. Теорема Лакса о сходимости дискретных решений.

Основные свойства решений уравнений дискретной модели. Монотонность и ограниченность полной вариации решения. Теорема С. К. Годунова о монотонности и Хартена об ограниченности полной вариации.

Пространственно-центрированные схемы. Схемы Лакса-Вендрофа, Рихтмайера, Мак-Кормака. Порядок аппроксимации схем Лакса-Вендрофа, Рихтмайера, Мак-Кормака и условия устойчивости.

Противопотоковые схемы. Метод расщепления вектора потока. Схемы Стигера-Уорминга, Ван Леера, семейство схем AUSM.

Схемы годуновского типа. Задача о распаде произвольного начального разрыва.

Классическая схема Годунова. Схемы Роу, Ошера.

Кусочно-линейное восполнение по средним и узловым значениям, монотонность и ограничители производных. Схема Колгана, MUSCL-схема Ван Леера, двухшаговая «предиктор-корректор» схема.

Неосциллирующие схемы на основе ENO аппроксимаций. Неосциллирующие схемы на основе WENO аппроксимаций.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСУ ПО КУРСУ

1. Основные современные проблемы математического моделирования в механике сплошной среды; перспективы развития.
2. Элементы векторной алгебры, дифференциальные операторы, теоремы Гауса и Стокса.
3. Понятие закона сохранения, уравнения Эйлера и Навье-Стокса, модельные уравнения и их решения.
4. Математические свойства уравнений Эйлера.
5. Функция потока уравнений Эйлера, однородность функции потока, якобиан функции потока и его свойства.
6. Собственные значения и собственные векторы якобиана, его диагонализация, уравнения в характеристиках.
7. Слабые и сильные разрывы и их свойства.
8. Метод конечного объема. Невязкий численный поток и его свойства. Дискретизация вязких потоков. Векторная форма дискретных уравнений.
9. Обобщенная криволинейная система координат. Запись уравнений в общем виде для произвольной криволинейной системы координат.
10. Метод конечных элементов. Структурированная и неструктурированная сетка. Слабая форма определяющих уравнений газовой динамики.
11. Базисные функции. Квадратура Гаусса.
12. Метод Галеркина с разрывными базисными функциями.
13. Проблема немонотонности численных решений схем высокого порядка и основные подходы к ее решению.
14. Явные двухшаговые методы Рунге-Кутта.
15. Многошаговые явные и неявные схемы.
16. Некоторые методы решения больших систем линейных уравнений. Итерационные методы.
17. Некоторые методы решения больших систем линейных уравнений. Итерационные методы.
18. Понятия аппроксимации, устойчивости и сходимости разностных схем.
19. Теорема Лакса о сходимости дискретных решений.
20. Основные свойства решений уравнений дискретной модели. Монотонность и ограниченность полной вариации решения.
21. Теорема С. К. Годунова о монотонности и Хартена об ограниченности полной вариации.
22. Пространственно-центрированные схемы. Схемы Лакса-Вендрофа, Рихтмайера, Мак-Кормака.
23. Порядок аппроксимации схем Лакса-Вендрофа, Рихтмайера, Мак-Кормака и условия устойчивости.
24. Противопотоковые схемы. Метод расщепления вектора потока.
25. Схемы Стигера-Уорминга, Ван Леера, семейство схем AUSM.
26. Схемы годуновского типа. Задача о распаде произвольного начального разрыва.
27. Классическая схема Годунова. Схемы Роу, Ошера.
28. Кусочно-линейное восполнение по средним и узловым значениям, монотонность и ограничители производных.
29. Схема Колгана, MUSCL-схема Ван Леера, двухшаговая «предиктор-корректор» схема.
30. Неосциллирующие схемы на основе ENO аппроксимаций.
31. Неосциллирующие схемы на основе WENO аппроксимаций.